MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 3
04.05.2016

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

9. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Gegeben sei in Abhängigkeit vom reellen Parameter $t \in \mathbb{R}$ die Matrix
$$A_t = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ t & t+1 & 0 \\ t+1 & t+1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$
   a) Man zeige, daß das charakteristische Polynom χ_t von A_t gegeben ist durch
   $$\chi_t(\lambda) = -(\lambda+1)(\lambda-t)(\lambda-1).$$
   b) Man untersuche A_t in Abhängigkeit von $t \in \mathbb{R}$ auf Diagonalisierbarkeit.
   c) Nun sei $t = 0$. Man bestimme eine invertierbare Matrix $P \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{R})$ und eine Diagonalmatrix $D \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit $P^{-1}A_0P = D$.

10. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013).* Für $c \in \mathbb{R}$ betrachte man die Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 0 & c & -1-c \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$
   a) Für welche Werte von $c \in \mathbb{R}$ sind alle Eigenwerte von A reell?
   b) Für welche Werte von $c \in \mathbb{R}$ ist A über $\mathbb{R}$ diagonalisierbar?

11. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2002).* Für den $\mathbb{R}$–Vektorraum $V = \mathrm{Pol}_3(\mathbb{R})$ wird durch
$$f : V \to V, \quad p(X) \mapsto p(X+1)$$
eine lineare Abbildung definiert.
   a) Man bestimme die darstellende Matrix von f bezüglich der Standardbasis 1, X, X^2, X^3 von V.
   b) Man zeige, daß f bijektiv ist.
   c) Man untersuche f auf Diagonalisierbarkeit.

12. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2008).* Man zeige, daß die lineare Abbildung
$$F : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^{2\times 2}, \quad F(A) = A \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$
die Eigenwerte 1 und -1 besitzt, und bestimme Basen der zugehörigen Eigenräume. Ist F diagonalisierbar?

Abgabe bis Mittwoch, den 11. Mai 2016, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).