MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 1
20.04.2016

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II“

1. Gegeben seien $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ sowie $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$.

   a) Man zeige, daß $\lambda = 4$ ein Eigenwert von A der geometrischen Vielfachheit $\gamma = 2$ ist, und bestimme eine Basis v_1, v_2 des zugehörigen Eigenraums.

   b) Man zeige, daß $x \in \mathbb{R}^4$ ein Eigenvektor von A ist, und bestimme den zugehörigen Eigenwert.

   c) Man zeige, daß v_1, v_2, x, e_4 eine Basis von $\mathbb{R}^4$ ist, und bestimme die darstellende Matrix M des Endomorphismus ℓ_A von $\mathbb{R}^4$ bezüglich dieser Basis.

2. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2004).* Man bestimme alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$
und entscheide, ob A ähnlich zu einer Diagonalmatrix ist.

3. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2014).* Gegeben sei die Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$
Man berechne das charakteristische Polynom von A. Man zeige, daß A diagonalisierbar ist, und bestimme eine Basis des $\mathbb{R}^4$ aus Eigenvektoren von A.

4. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2010).* Gegeben sei der Endomorphismus
$$f : \mathrm{Pol}_3(\mathbb{R}) \to \mathrm{Pol}_3(\mathbb{R}), \quad p(X) \mapsto \tfrac{1}{2}\left(p(X+1) + p(X-1)\right).$$

   a) Man bestimme die darstellende Matrix von f bezüglich der Standardbasis 1, X, X^2, X^3 von $\mathrm{Pol}_3(\mathbb{R})$.

   b) Man zeige: genau die Polynome $p \neq 0$ vom Grad ≤ 1 sind Eigenvektoren von f.

Abgabe bis Mittwoch, den 27. April 2016, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).