

## Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

29. Im  $\mathbb{R}^3$  sind  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ t \end{pmatrix}$  mit dem Parameter  $t \in \mathbb{R}$  gegeben.

- a) Man bestimme alle  $t \in \mathbb{R}$ , für die  $v_1, v_2, v_3$  eine Basis von  $\mathbb{R}^3$  bilden.
- b) Man bestimme für  $t = 4$  und  $t = 6$  die Koordinaten sowie die Komponenten der Einheitsvektoren  $e_1, e_2, e_3$  bezüglich der Basis  $v_1, v_2, v_3$ .
- c) Man bestimme für  $t = 5$  und  $t = 6$  den Unterraum  $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle$  und gebe alle Darstellungen des Nullvektors als Linearkombination der  $v_1, v_2, v_3$  an.

30. Im  $\mathbb{R}^4$  sind  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $v_4 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  gegeben.

- a) Man zeige, daß  $v_1, v_2, v_3, v_4$  linear abhängig sind.
- b) Man zeige, daß je drei der Vektoren  $v_1, v_2, v_3, v_4$  linear unabhängig sind.
- c) Man stelle jeden der vier Vektoren  $v_1, v_2, v_3, v_4$  als Linearkombination der anderen drei Vektoren dar.

31. Im Vektorraum  $\mathbb{R}^4$  sind  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $v_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  sowie

$V = \langle v_1, v_2, v_3, v_4 \rangle$  gegeben.

- a) Man zeige, daß  $v_1, v_2, v_3, v_4$  linear abhängig sind.
- b) Man zeige, daß  $v_1, v_2, v_4$  eine Basis von  $V$  ist, und stelle  $v_3$  als Linearkombination dieser Basisvektoren dar.
- c) Man ergänze  $v_1, v_2, v_4$  zu einer Basis von  $\mathbb{R}^4$ .

32. Für  $n \in \mathbb{N}_0$  sei  $\text{Pol}_n(\mathbb{R})$  der  $\mathbb{R}$ -Vektorraum aller Polynome  $f$  mit  $\text{Grad}(f) \leq n$ .

- a) Man zeige, daß die Polynome  $1, X, X^2, X^3$  eine Basis von  $\text{Pol}_3(\mathbb{R})$  bilden, und gebe die analoge Basis für  $\text{Pol}_n(\mathbb{R})$  an.
- b) Man entscheide, ob auch die Polynome  $1, X+1, X^2+X+1, X^3+X^2+X+1$  eine Basis von  $\text{Pol}_3(\mathbb{R})$  bilden.