MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 7
02.12.2019

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

25. Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ seien die Teilmengen $U = \{u \in \mathbb{R}^3 \mid u_3 = u_1 + u_2\}$ und $W = \{w \in \mathbb{R}^3 \mid w_1 = w_2\}$ gegeben.

    a) Man zeige, daß U und W Unterräume von $\mathbb{R}^3$ sind.

    b) Man zeige für die Einheitsvektoren e_1, e_2, $e_3 \in U + W$ explizit.

    c) Man bestimme einen Vektor $v \in \mathbb{R}^3$ mit $U \cap W = \mathbb{R} \cdot v$.

26. Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^4$ sind

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{sowie} \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man bestimme alle Vektoren $v \in \mathbb{R}^4$, die eine Linearkombination von v_1, v_2, v_3 sind, und gebe für u und w gegebenenfalls eine solche an.

27. Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ sind

$$v_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad w_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man zeige $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle w_1, w_2 \rangle$.

28. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2000).* Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

    a) Man zeige, daß v_1, v_2, v_3 und v_4 in einem echten Unterraum $U \subsetneq \mathbb{R}^4$ von $\mathbb{R}^4$ enthalten sind.

    b) Man bestimme alle Vektoren $b \in \mathbb{R}^4$, die in dem Unterraum $U \subsetneq \mathbb{R}^4$ liegen.