

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

9. a) Man entscheide, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind, und gebe in diesen Fällen jeweils die inverse Matrix an:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- b) Man entscheide in Abhängigkeit von $s, t \in \mathbb{R}$, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind, und gebe in diesen Fällen jeweils die inverse Matrix an:

$$\begin{pmatrix} s & t \\ -t & s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} s & t \\ t & s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} s & t \\ -s & t \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} s & t \\ s & t \end{pmatrix}$$

10. Man entscheide, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind, und bestimme gegebenenfalls die inverse Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

11. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2008*). Man berechne in Abhängigkeit vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ die Inverse der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & \alpha \\ -1 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

12. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2002*). Für den reellen Parameter $s \in \mathbb{R}$ ist die Matrix $A_s = \begin{pmatrix} 1 & s & s^2 \\ s^2 & 1 & s \\ s & s^2 & 1 \end{pmatrix}$ gegeben.

- a) Man bestimme alle $s \in \mathbb{R}$, für welche die Matrix A_s invertierbar ist, und berechne in diesen Fällen die inverse Matrix A_s^{-1} .
- b) Man bestimme in Abhängigkeit vom Parameter $s \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $A_s \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.