MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 11
13.01.2020

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I"

41. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2010).* In Abhängigkeit von einem Parameter $s \in \mathbb{R}$ seien die beiden 3×3–Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & s \\ 0 & 1-s & 0 \\ s & s & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} -s & s & -1 \\ 0 & -1 & s \\ s^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

gegeben.

a) Man bestimme alle $s \in \mathbb{R}$, für die A bzw. B invertierbar sind.

b) Man bestimme in Abhängigkeit von $s \in \mathbb{R}$ den Rang der Matrix $A \cdot B$.

42. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2012).* Für a, b, $c \in \mathbb{R}$ betrachte man die Matrix

$$A_{a,b,c} = \begin{pmatrix} a & 1 & b & 2 \\ 0 & 0 & c & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

a) Man bestimme alle a, b, $c \in \mathbb{R}$ mit $\det(A_{a,b,c}) = 0$.

b) Man bestimme alle a, b, $c \in \mathbb{R}$ mit $\operatorname{Rang}(A_{a,b,c}) = 3$.

43. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010).*

a) Man bestimme eine Basis für den Lösungsraum des homogenen linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 2\,x_1 & + & 9\,x_2 & - & 5\,x_3 & + & 12\,x_4 & + & x_5 & = & 0 \\ x_1 & + & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & + & 5\,x_4 & & & = & 0 \\ & & x_2 & - & x_3 & + & 2\,x_4 & + & x_5 & = & 0 \\ x_1 & + & 5\,x_2 & - & 3\,x_3 & + & 6\,x_4 & - & x_5 & = & 0 \end{array}$$

b) Man zeige, daß $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (-12, 3, 0, 0, 0)$ eine spezielle Lösung des inhomogenen linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 2\,x_1 & + & 9\,x_2 & - & 5\,x_3 & + & 12\,x_4 & + & x_5 & = & 3 \\ x_1 & + & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & + & 5\,x_4 & & & = & 0 \\ & & x_2 & - & x_3 & + & 2\,x_4 & + & x_5 & = & 3 \\ x_1 & + & 5\,x_2 & - & 3\,x_3 & + & 6\,x_4 & - & x_5 & = & 3 \end{array}$$

ist.

c) Man bestimme ohne weitere Rechnung die Lösungsmenge des inhomogenen linearen Gleichungssystems aus b).

44. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2003).* In Abhängigkeit vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ wird das lineare Gleichungssystem $A \cdot x = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 8 \\ -1 & 3 & \alpha - 3 & -12 \\ 2 & \alpha & 6 & \alpha^2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 4} \qquad \text{und} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

betrachtet.

a) Man gebe für $\alpha = -3$ die Lösungsmenge des Gleichungssystems an.

b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist das Gleichungssystem lösbar? Man bestimme für diese α die Dimension des Lösungsraums.

Abgabe bis Montag, den 20. Januar 2020, 12^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).