MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 1
21.10.2019

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. a) *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2010).* Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 2\,x_2 & - & x_3 & & & = & 1 \\ & & x_2 & + & 2\,x_3 & - & 3\,x_4 & = & 0 \\ 2\,x_1 & + & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & + & x_4 & = & 3 \\ x_1 & + & x_2 & - & 3\,x_3 & + & 3\,x_4 & = & 1 \end{array}$$

   b) *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2007).* Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 3\,x_1 & - & 2\,x_2 & - & 6\,x_3 & + & 4\,x_4 & = & 5 \\ -x_1 & + & 2\,x_2 & + & 2\,x_3 & - & 4\,x_4 & = & -3 \\ 2\,x_1 & - & x_2 & - & 4\,x_3 & + & 2\,x_4 & = & 3 \\ x_1 & - & x_2 & - & 2\,x_3 & + & 2\,x_4 & = & 2 \end{array}$$

2. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2008).* Man zeige, daß das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & (\lambda+1)\,x_2 & + & 2\lambda\,x_3 & + & 2\lambda\,x_4 & = & 2 \\ x_1 & + & \lambda\,x_2 & + & \lambda\,x_3 & + & \lambda\,x_4 & = & 1 \\ x_1 & + & \lambda\,x_2 & + & 2\lambda\,x_3 & + & 2\lambda\,x_4 & = & 2 \\ x_1 & + & \lambda\,x_2 & + & \lambda\,x_3 & + & 2\lambda\,x_4 & = & 1 \end{array}$$

   je nach Wahl von $\lambda \in \mathbb{R}$ entweder unlösbar oder eindeutig lösbar ist. Man bestimme im zweiten Fall die Lösung.

3. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010).* Betrachtet werde das durch die erweiterte Koeffizientenmatrix $(A|b)$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -a & 1 & 2 \\ -2 & 2 & a \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

   für den Parameter $a \in \mathbb{R}$ gegebene lineare Gleichungssystem. Für welche Werte von a gibt es keine bzw. genau eine bzw. unendlich viele Lösungen? Man gebe in den letzten beiden Fällen jeweils die Lösungsmenge an.

4. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2008).* Für welche Wahl von α, $\beta \in \mathbb{R}$ besitzt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2\,x_1 & + & x_2 & & & & & = & 0 \\ x_1 & + & 2\,x_2 & + & x_3 & & & = & 0 \\ & & x_2 & + & 2\,x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & & & x_3 & + & \alpha\,x_4 & = & \beta \end{array}$$

   a) genau eine Lösung, b) keine Lösung, c) mehrere Lösungen?

   Man gebe im Fall c) alle Lösungen an.

Abgabe bis Montag, den 28. Oktober 2019, 12^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).