

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I (Unterrichtsfach)“

25. Im reellen Vektorraum \mathbb{R}^3 sind $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$ und $v_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ gegeben.

Man untersuche, ob die Vektoren $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $w = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}$ Linearkombinationen von v_1, v_2, v_3 sind, und gebe gegebenenfalls eine solche an.

26. Im reellen Vektorraum \mathbb{R}^4 sind

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{sowie} \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man bestimme alle Vektoren $v \in \mathbb{R}^4$, die Linearkombination von v_1, v_2, v_3 sind, und gebe für u und w gegebenenfalls eine solche an.

27. Man zeige, daß die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

den reellen Vektorraum \mathbb{R}^3 erzeugen, und bestimme für die drei Einheitsvektoren e_1, e_2 und e_3 jeweils alle Linearkombinationen von v_1, v_2, v_3, v_4 .

28. Im reellen Vektorraum \mathbb{R}^3 sind

$$v_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad w_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man zeige $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle w_1, w_2 \rangle$.