MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2011/12
Blatt 2
31.10.2011

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I (Unterrichtsfach)“

5. Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
   Man berechne $C(A-3B^\top)$, $2AB+C$, $C^2-5C-2E$, $A^\top C-BC^\top$ und $A^\top B^\top - BA$.

6. Man berechne für die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,
   $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ und $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ über $\mathbb{R}$ alle Produkte mit je zwei Faktoren, sofern diese definiert sind.

7. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2003).* Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4} \qquad \text{sowie} \qquad b_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

   a) Man bestimme ein $b \in \mathbb{R}^4$, so daß das durch $(A|b)$ gegebene lineare Gleichungssystem keine Lösung besitzt.
   b) Gibt es ein $b \in \mathbb{R}^4$, so daß das durch $(A|b)$ gegebene lineare Gleichungssystem genau eine Lösung besitzt? (Begründung!)
   c) Man löse das durch $(A|b_0)$ gegebene lineare Gleichungssystem.

8. Man bestimme alle Matrizen $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $A^2 = 0$.