MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2011/12
Blatt 3
11.11.2011

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I (Unterrichtsfach)“

9. Man entscheide, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind, und bestimme gegebenenfalls die inverse Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{6}{7} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & -\frac{4}{9} & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

10. Man entscheide in Abhängigkeit vom Parameter $t \in \mathbb{R}$, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind, und bestimme in diesen Fällen die inverse Matrix:

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & t \end{pmatrix} \qquad B_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & t \end{pmatrix} \qquad C_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & t & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ t & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

11. Man betrachte die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$

    a) Man zeige, daß A invertierbar ist, und berechne die inverse Matrix A^{-1}.

    b) Man stelle A als Produkt von Elementarmatrizen dar.

12. Auf der Menge $\mathbb{R}^{n\times n}$ betrachte man die Relation

$$R = \{(A,B) \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid \text{ es gibt eine Matrix } S \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}) \text{ mit } S^{-1}AS = B\}.$$

    a) Man zeige: R ist eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{R}^{n\times n}$.

    b) Sei $\lambda \in \mathbb{R}$. Man bestimme die Äquivalenzklasse $\overline{\lambda \cdot E_n}$ der Matrix $\lambda \cdot E_n$.

    c) Es sei nun $n = 3$ sowie $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Man beweise oder widerlege: $(A,B) \in R$.

Abgabe bis Freitag, den 18. November 2011, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).