

## Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I (Unterrichtsfach)“

1. a) (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2010*). Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 &= 3 \\x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 &= 1\end{aligned}$$

- b) (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2007*). Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}3x_1 - 2x_2 - 6x_3 + 4x_4 &= 5 \\-x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 &= -3 \\2x_1 - x_2 - 4x_3 + 2x_4 &= 3 \\x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 2\end{aligned}$$

2. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010*). Betrachtet werde das durch die erweiterte Koeffizientenmatrix  $(A|b)$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -a & 1 & 2 \\ -2 & 2 & a \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

für den Parameter  $a \in \mathbb{R}$  gegebene lineare Gleichungssystem. Für welche Werte von  $a$  gibt es keine bzw. genau eine bzw. unendlich viele Lösungen? Man gebe in den letzten beiden Fällen jeweils die Lösungsmenge an.

3. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2006*). Man bestimme in Abhängigkeit von den Parametern  $a, b \in \mathbb{R}$  alle Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_3 - x_4 &= -2 \\2x_1 + x_2 + 7x_3 &= -3 \\-3x_1 + 2x_2 + ax_4 &= 8 \\x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 3x_4 &= b\end{aligned}$$

4. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2008*). Für welche Wahl von  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  besitzt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 &= 0 \\x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\x_2 + 2x_3 + x_4 &= 0 \\x_3 + \alpha x_4 &= \beta\end{aligned}$$

- a) genau eine Lösung,      b) keine Lösung,      c) mehrere Lösungen?

Man gebe im Fall c) alle Lösungen an.

**Abgabe** bis Freitag, den 4. November 2011, 10<sup>00</sup> Uhr (Kästen vor der Bibliothek).