

Tutorium zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik II“

29. Man betrachte ein gleichseitiges Dreieck $\triangle ABC$ mit der Seitenlänge a .
- Man bestimme die Höhe sowie den Flächeninhalt von $\triangle ABC$.
 - Man bestimme die Radien des Inkreises und Umkreises von $\triangle ABC$.
 - Man leite aus a) die Sinus- und Cosinuswerte von 30° und 60° ab.
30. a) Das Dreieck $\triangle ABC$ besitze im Eckpunkt A den Innenwinkel $\alpha = 45^\circ$ sowie die beiden Seiten $[AB]$ und $[BC]$ der Längen $c = \sqrt{6}$ und $a = 2$. Man bestimme zunächst mit Hilfe des Sinussatzes die möglichen Werte für den Innenwinkel γ im Eckpunkt C und dann für den Fall $\gamma < 90^\circ$ mit Hilfe des Cosinussatzes die Länge b der Seite $[CA]$.
- b) Es sei $\triangle ABC$ ein Dreieck mit drei spitzen Innenwinkeln; ferner sei H_A der Höhenfußpunkt von A auf der Seite $[BC]$ sowie H_B der Höhenfußpunkt von B auf der Seite $[AC]$.
- Man zeige, daß die Dreiecke $\triangle BCH_B$ und $\triangle CAH_A$ ähnlich sind,
 - leite daraus die Beziehung $\overline{AC} \cdot \overline{CH_B} = \overline{BC} \cdot \overline{CH_A}$ her,
 - und folgere, daß die Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle H_B H_A C$ ähnlich sind.
31. Man betrachte ein Dreieck $\triangle ABC$ mit den Seitenlängen a, b, c .
- Man zeige für den Winkel γ die Beziehung $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.
 - Man folgere aus a) die Beziehung $-2ab < a^2 + b^2 - c^2 < 2ab$.
 - Welche Größenbeziehung zwischen c sowie a und b läßt sich aus b) ableiten?
32. Die Anschauungsebene werde mit einem kartesischen x - y -Koordinatensystem versehen.
- Man zeige, daß es für jeden Punkt $P = (x, y)$ der Anschauungsebene eine Zahl $r \in \mathbb{R}_0^+$ und einen Winkel α mit
$$x = r \cdot \cos \alpha \quad \text{und} \quad y = r \cdot \sin \alpha$$
gibt; welche geometrische Bedeutung haben r und α für den Punkt P ?
 - Der Punkt $P = (x, y)$ wird um den Ursprung $Z = (0, 0)$ mit dem Drehwinkel δ gedreht. Man gebe die Koordinaten des Bildpunktes $P' = (x', y')$ an.
 - Man zeige nun mit Hilfe der Additionstheoreme, daß die Koordinaten des Bildpunktes P' durch
$$x' = \cos \delta \cdot x - \sin \delta \cdot y \quad \text{und} \quad y' = \sin \delta \cdot x + \cos \delta \cdot y$$
dargestellt werden können.