MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2013
Blatt 1
22.04.2013

Tutorium zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik II“

1. Gegeben seien die Relationen

   - $R_1 = \{(1,1),(1,4),(1,5),(2,2),(3,3),(4,1),(4,4),(4,5),(5,1),(5,4),(5,5)\}$
   - $R_2 = \{(1,1),(2,2),(3,1),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4),(5,1),(5,2),(5,3),(5,5)\}$

   auf der Menge $M = \{1,2,3,4,5\}$.

   a) Man stelle R_1 und R_2 graphisch dar.

   b) Man überprüfe, daß R_1 eine Äquivalenzrelation auf M ist, und gebe die Äquivalenzklassen bezüglich R_1 an.

   c) Man überprüfe, daß R_2 eine Ordnung auf M ist. Ist R_2 eine totale Ordnung?

2. Für die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen werden die folgenden Relationen zwischen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{N}$ betrachtet:

   a) $R_1 = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x = 2\,y\}$

   b) $R_2 = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 2\,x = y\}$

   Man entscheide, ob R_1 bzw. R_2 Graph einer Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ist.

3. Man zeige, daß durch

   $$(x,y) \leq_{\text{lex}} (x',y') :\Longleftrightarrow\ x < x' \text{ oder } (x = x' \text{ und } y \leq y')$$

   eine totale Ordnung auf $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definiert wird. Wie erklärt sich wohl der Name *lexikographische Ordnung*?

4. Gegeben sei die Relation

   $$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \mid x - y \in \mathbb{Z}\}$$

   auf der Menge $\mathbb{R}^+$ der positiven reellen Zahlen.

   a) Man zeige, daß R eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{R}^+$ ist.

   b) Man bestimme die Äquivalenzklassen von 1 und 0,25.

   c) Man bestimme den kleinsten Repräsentanten der Äquivalenzklasse $\overline{7{,}2}$.