

## Übungen zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik II“

25. a) Man gebe alle Möglichkeiten an, rechtwinklige Dreiecke durch eine Auswahl von Seiten und Winkel festzulegen.  
b) Man gebe die Konstruktionsvorschriften in den obigen Fällen an.

26. Man betrachte ein rechtwinkliges Dreieck  $\triangle ABC$  mit dem rechten Winkel bei  $C$ .  
a) Für die beiden Katheten der Länge  $a$  und  $b$  sowie dem Umkreisradius  $r_u$  und dem Inkreisradius  $r_i$  zeige man:

$$a + b = 2 \cdot (r_u + r_i).$$

- b) Für eine Kathete der Länge  $b = 3$  und einen Hypotenusenabschnitt der Länge  $p = 8$  bestimme man die Länge  $c$  der Hypotenuse, die Höhe  $h$  und die Länge  $a$  der anderen Kathete.
27. Es sei  $\square PQRS$  ein Quadrat mit der Seitenlänge 1; ferner sei  $X$  ein Punkt auf der Seite  $[QR]$  sowie  $Y$  ein Punkt auf der Seite  $[RS]$  mit  $r = \overline{RX} = \overline{RY} > 0$ .  
a) Man bestimme die Seitenlängen des Dreiecks  $\triangle PXY$ .  
b) Man zeige, daß das Dreieck  $\triangle PXY$  für genau einen Wert von  $r$  gleichseitig ist.  
c) Man berechne für den Wert von  $r$  aus b) den Flächeninhalt des Dreiecks  $\triangle PXY$ .

28. Man betrachte ein (nicht notwendigerweise) rechtwinkliges Dreieck  $\triangle ABC$  mit den Seitenlängen  $a = \overline{BC}$ ,  $b = \overline{CA}$  und  $c = \overline{AB}$ ; ferner sei  $H$  der Höhenfußpunkt von  $C$  auf  $AB$  mit  $p = \overline{HB}$  und  $q = \overline{HA}$  sowie  $\gamma$  der Innenwinkel bei  $C$ .  
a) Man zeige

$$\begin{aligned} H \in [BA] &\iff \frac{1}{2} \cdot (a^2 + c^2 - b^2) = c \cdot p \\ H \in [AB] &\iff \frac{1}{2} \cdot (b^2 + c^2 - a^2) = c \cdot q \end{aligned}$$

und leite daraus für den Fall  $\gamma = 90^\circ$  den Kathetensatz ab.

- b) Man folgere aus a) die Umkehrung des Satzes von Pythagoras.

**Abgabe** bis Montag, den 10. Juni 2013, 14<sup>00</sup> Uhr (Kästen vor der Bibliothek).