MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2013
Blatt 6
27.05.2013

Übungen zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik II“

21. Es seien a und b zwei Streckenlängen.

    a) Man veranschauliche mit Hilfe einer geeigneten Zerlegung eines Quadrats mit der Seitenlänge $a+b$ die erste binomische Formel
    $$(a+b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$$
    geometrisch.

    b) Man veranschauliche für $a > b$ die zweite und dritte binomische Formel
    $$(a-b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2 \qquad \text{und} \qquad a^2 - b^2 = (a+b)\,(a-b)$$
    anhand geeigneter Flächenbetrachtungen.

22. Man betrachte die Gruppe $(G, \circ)$ aller Kongruenzabbildungen der Anschauungsebene und entscheide jeweils mit Begründung, ob

    a) die Teilmenge G_1 aller eigentlichen Bewegungen,

    b) die Teilmenge G_2 aller uneigentlichen Bewegungen,

    c) die Teilmenge G_3 aller Drehungen,

    d) die Teilmenge G_4 aller Drehungen um ein festes Drehzentrum Z

    mit der Komposition $\circ$ ebenfalls eine Gruppe bildet.

23. Gegeben sind die beiden Dreiecke ΔABC sowie $\Delta A'B'C'$ mit $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ und $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ und $\overline{CA} = \overline{C'A'}$. Man zeige, daß das Dreieck ΔABC durch höchstens drei Achsenspiegelungen auf das Dreieck $\Delta A'B'C'$ abgebildet werden kann.

24. Für ein spitzwinkliges Dreieck ΔABC wird ein Punkt X auf der Strecke $[AB]$ mit $A \neq X \neq B$ fest gewählt; es bezeichne X' bzw. X'' den Bildpunkt von X unter der Achsenspiegelung an der Geraden BC bzw. CA.

    a) Man zeige, daß die Strecke $[X'X'']$ jede der beiden Strecken $[BC]$ und $[CA]$ schneidet.

    b) Man finde einen Punkt Y auf der Strecke $[BC]$ und einen Punkt Z auf der Strecke $[CA]$ so, daß die Gesamtlänge
    $$\ell = \overline{XY} + \overline{YZ} + \overline{ZX}$$
    minimal ist.

Abgabe bis Montag, den 3. Juni 2013, 14^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).