

Übungen zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik II“

9. Es sei (Ω, \mathcal{A}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum. Man zeige für alle $A, B, C \in \mathcal{A}$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - \\ - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C).$$

(Satz von Sylvester, James Joseph Sylvester, 1814–1897)

10. Aus sechs Personen A, B, C, D, E und F soll ein dreiköpfiger Ausschuß zufällig durch Losentscheid gebildet werden.

- a) Man gebe einen passenden Ergebnisraum an und ordne den Elementarereignissen die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten zu.
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird A bzw. A und B bzw. A oder B bzw. A nicht bzw. weder A noch B in den Ausschuss gewählt?

11. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden beim Zahlenlotto „6 aus 49“

- lauter aufeinanderfolgende Zahlen gezogen,
- mindestens zwei aufeinanderfolgende Zahlen gezogen?

b) Wie groß ist (unter Vernachlässigung des 29. Februar) die Wahrscheinlichkeit, daß unter n zufällig ausgewählten Personen

- mindestens zwei Personen am gleichen Tag Geburtstag haben,
- mindestens eine Person am 24. Dezember Geburtstag hat?

12. a) In einer Urne befinden sich zehn Kugeln, wovon sieben Kugeln schwarz und drei Kugeln weiß sind. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit für

- $A =$ „Beim Ziehen von fünf Kugeln ohne Zurücklegen werden mindestens zwei schwarze und mindestens zwei weiße Kugeln gezogen.“
- $B =$ „Beim Ziehen von fünf Kugeln mit Zurücklegen werden mindestens drei schwarze Kugeln gezogen.“
- $C =$ „Beim Ziehen von fünf Kugeln mit Zurücklegen wird beim vierten Zug zum ersten Mal eine schwarze Kugel gezogen.“

b) Beim zufälligen Drehen eines Glücksrads erscheinen die Ziffern 0 bis 9 jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit; es wird nun sechsmal unabhängig voneinander gedreht. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit für

- $A =$ „Die ersten vier Ziffern sind gerade.“
- $B =$ „Die Ziffer 6 tritt mindestens fünfmal auf.“
- $C =$ „Es erscheinen drei, nicht aber vier gerade Ziffern hintereinander.“

Abgabe bis Montag, den 13. Mai 2013, 14⁰⁰ Uhr (Kästen vor der Bibliothek).