MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 11
23.07.2020

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

41. *(Klausuraufgabe Sommersemester 2010).*

    a) Man bestimme den Konvergenzradius ϱ der Potenzreihe

    $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}\, x^n;$$

    es sei $f : \left]-\varrho, \varrho\right[\to \mathbb{R}$ die durch diese Potenzreihe definierte Funktion.

    b) Man stelle die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 0$ zunächst als Potenzreihe und dann als elementare Funktion dar.

    c) Man bestimme hieraus eine Darstellung von f als elementare Funktion.

42. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Man stelle die Funktion

    $$F : \left]-1, 1\right[\to \mathbb{R}, \quad F(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^3},$$

    als Potenzreihe mit Entwicklungspunkt 0 dar.

43. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013).* Gegeben sei die Funktion

    $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp\left(x^2\right).$$

    a) Man gebe die Taylorreihe von f mit dem Entwicklungspunkt 0 an.

    b) Man bestimme $f^{(n)}(0)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ mit Hilfe von a).

44. Gegeben sei die Funktion

    $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-e^x}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ \alpha & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

    mit einer reellen Zahl $\alpha \in \mathbb{R}$.

    a) Man bestimme den Wert von α, für den die Funktion f stetig ist.

    b) Man zeige, daß mit diesem Wert für α die Funktion f sogar beliebig oft differenzierbar ist, und bestimme $f^{(n)}(0)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.