

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

25. Man bestimme folgende Integrale mit Hilfe von Integration durch Substitution

$$\int \sin^3 x \, dx \quad \text{und} \quad \int_{\pi^2}^{4\pi^2} \sin \sqrt{x} \, dx.$$

26. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2000*). Man berechne eine Stammfunktion zu

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2} \cdot \ln x.$$

27. Für $a > 0$ betrachte man die Funktion $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+a}}$.

- a) Man zeige, daß f streng monoton fällt, und untersuche das Verhalten von f am Rande des Definitionsbereichs.
- b) Man bestimme eine Stammfunktion von f .
- c) Man untersuche das uneigentliche Integral $\int_0^\infty f(x) \, dx$ auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls seinen Wert.

28. Man untersuche die Reihen

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} \quad \text{und} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n \sqrt{n}}$$

mit Hilfe des Integralvergleichskriteriums jeweils auf Konvergenz.