

## Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

21. a) Sei  $g : D \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetig differenzierbare Funktion auf dem Intervall  $D$  mit  $g(x) > 0$  für alle  $x \in D$ . Man ermittle mit Hilfe der Ableitung der Funktion  $F : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \sqrt{g(x)}$ , das unbestimmte Integral  $\int \frac{g'(x)}{\sqrt{g(x)}} dx$ .
- b) Man bestimme  $\int \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx$ ,  $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$  und  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .
- c) Man bestimme  $\int \arcsin x dx$  mit Hilfe partieller Integration.
22. a) (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1995*). Man berechne  $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$  mit Hilfe von Partialbruchzerlegung.
- b) Man zeige, daß die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$  konvergiert, und bestimme ihre Summe.
23. a) Man bestimme das unbestimmte Integral  $\int x \sin x dx$ .
- b) Man berechne das bestimmte Integral  $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$ .
24. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012*). Gegeben sei die Funktion

$$f : ]-2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x-1) \cdot \ln(x+2).$$

Man berechne den Flächeninhalt der Fläche, die von der  $x$ -Achse, dem Graphen  $G_f$  und den beiden Nullstellen von  $f$  eingeschlossen wird.