

## Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

13. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2012*). Man bestimme die beiden Grenzwerte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{2n+1} + \frac{n}{3^n} \right) \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 - \sqrt{6+5x}}{\ln(x-1)} \right).$$

14. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2009*). Gegeben sei die Funktion

$$f : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^{\sin x}.$$

- a) Man zeige, daß die Funktion  $f$  in  $a = 0$  stetig fortgesetzt werden kann.
- b) Man beweise  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$ .
- c) Man folgere, daß die Fortsetzung von  $f$  in  $a = 0$  nicht differenzierbar ist.

15. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007*). Man beweise, daß die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp(x^3) + \arctan x + x^2 - 2,$$

mindestens zwei Nullstellen und mindestens eine Nullstelle der Ableitung besitzt.

16. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2016*). Man beweise, daß die Gleichung

$$\sin x = 1 - x$$

genau eine reelle Lösung besitzt.