

## Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

9. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2016*). Gegeben sei die Funktion

$$f : D_f \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 \cdot \ln \left( \frac{3}{\pi} \arctan(e^x) \right),$$

auf dem maximalen Definitionsbereich  $D_f \subseteq \mathbb{R}$ .

- a) Man bestimme  $D_f$  sowie den Wertebereich  $W_f = f(D_f)$ .
- b) Man berechne alle Nullstellen von  $f$  und entscheide mit Begründung, ob die Ableitung  $f'$  eine Nullstelle in  $]0, +\infty[$  besitzt.

10. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2011*).

- a) Man diskutiere die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (1 - x) e^x,$$

auf Monotonieintervalle, Grenzwerte für  $x \rightarrow \pm\infty$  und globale Extrema.

- b) Für welche  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  gilt

$$e^x \leq \frac{1}{1-x}?$$

11. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010*). Man bestimme die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{\sin x}.$$

12. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2002*). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^{\frac{1}{x}}.$$

Man zeige, daß  $f$  auf  $]0, e]$  streng monoton wächst und auf  $[e, +\infty[$  streng monoton fällt. Existieren die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)?$$