MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 1
15.05.2020

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II"

1. Man bestimme jeweils die Ableitung der folgenden Funktionen:

   a) $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 3\,x^2 - 4\ln|x| - \frac{2}{x^2}$

   b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = x \cdot \ln(x^2+1)$

   c) $h : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad h(x) = \dfrac{(\ln x)^2 + 1}{x}$

   d) $k : \,]-a, a[\, \to \mathbb{R}, \quad k(x) = \dfrac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \dfrac{a^2}{2}\arcsin\dfrac{x}{a} \quad$ mit $a > 0$

2. Man begründe, daß die beiden Funktionen

$$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^x, \qquad \text{und} \qquad g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad g(x) = x^{\frac{1}{x}},$$

   differenzierbar sind, und bestimme ihre Ableitungen.

3. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012).*

   a) Man zeige, daß die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x \cdot \cos\frac{1}{x}, & \text{für } x \neq 0, \\ 0, & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

   im Punkt $a = 0$ stetig, aber nicht differenzierbar ist.

   b) Man zeige, daß die Funktion

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \cos\frac{1}{x}, & \text{für } x \neq 0, \\ 0, & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

   im Punkt $a = 0$ stetig und differenzierbar ist.

4. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2008).* Es sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion mit $g(0) = 0$. Man zeige, daß dann auch die Funktion

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad h(x) = |x| \cdot g(x)$$

   stetig differenzierbar ist.