MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 10
17.07.2020

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

37. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2008).*

   a) Man bestimme das Konvergenzintervall der Potenzreihe

   $$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1)(x-1)^n.$$

   b) Man gebe eine Potenzreihendarstellung für die Integralfunktion

   $$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$$

   im Innern des Konvergenzintervalls von a) an.

   c) Man stelle F und f als elementare Funktionen dar.

38. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2005).*

   a) Man untersuche, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe

   $$S_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{\sqrt[3]{n}\sqrt[3]{n+1}}$$

   konvergent ist.

   b) Man untersuche, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe $S_1(x)$, die sich durch gliedweises Differenzieren der Summanden von $S_0(x)$ ergibt, konvergent ist.

   c) Für welche x aus dem Konvergenzbereich $I_0 \subseteq \mathbb{R}$ von S_0 ist die auf I_0 definierte Funktion $f : I_0 \to \mathbb{R}$, $x \mapsto S_0(x)$ differenzierbar mit $f'(x) = S_1(x)$?

39. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1998.)* Gegeben sei die Potenzreihe

   $$\frac{x^2}{2 \cdot 1} - \frac{x^3}{3 \cdot 2} + \frac{x^4}{4 \cdot 3} - \frac{x^5}{5 \cdot 4} + \ldots = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n\, x^n}{n(n-1)}.$$

   a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert diese Reihe?

   b) Man zeige

   $$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n\, x^n}{n(n-1)} = -x + (1+x)\,\ln(1+x)$$

   für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$. (Hinweis: Man differenziere.)

40. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2016).*

a) Man zeige

$$\int_0^1 x^2\, e^x\, dx = e - 2.$$

b) Man zeige

$$e = 2 + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k+3)\cdot k!}.$$

Abgabe bis Freitag, den 24. Juli 2020, 12^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).