MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 9
10.07.2020

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

33. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012).*

a) Man bestimme den Konvergenzradius ϱ der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt{3^n}\,(5n^2+1)}\, x^n$$

b) Man untersuche, ob die gegebene Potenzreihe an den Stellen $x = \varrho$ und $x = -\varrho$ konvergiert oder divergiert.

34. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2009).* Gegeben sei die durch

$$a_1 = 4 \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n} \quad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}$$

rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

a) Man zeige, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, und bestimme den Grenzwert.

b) Man bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^n}{\sqrt{n}}\, x^n.$$

c) Man bestimme, ob die Potenzreihe in $x = \frac{1}{3}$ konvergiert.

35. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010).* Es sei $(a_n)_{n\geq 0}$ eine Folge in $\mathbb{R}$. Man bestimme die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für welche die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

konvergiert, in folgenden Fällen:

a) Die Folge $(a_n)_{n\geq 0}$ konvergiert gegen ein $a \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$,

b) Die Folge $(n^2 a_n)_{n\geq 0}$ konvergiert gegen ein $a \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$,

c) $(a_n)_{n\geq 0}$ ist eine monoton fallende Nullfolge, und für alle $n \geq 1$ ist $a_n \geq \frac{1}{n}$.

36. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2001).* Man bestimme für die Funktionen

$$\exp : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto e^x, \qquad \text{und} \qquad f :]0,\infty[\to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{x},$$

jeweils die Taylorreihe mit dem Entwicklungspunkt $a = 2$ und gebe die Konvergenzintervalle dieser Reihen an.

Abgabe bis Freitag, den 17. Juli 2020, 12^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).