MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2020
Blatt 1
15.05.2020

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. Man bestimme jeweils die Ableitung der folgenden Funktionen:

   a) $f :]1, \infty[\to \mathbb{R}, \quad f(x) = (\ln x)^{\ln x}$.

   b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \sqrt{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}$.

   c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad h(x) = x^2 \cdot \left(e^{\sin x}\right)^{\cos x}$.

   d) $k : \left] \frac{1}{e}, \infty \right[\to \mathbb{R}, \quad k(x) = \sqrt[x]{\ln x + 1}$.

2. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2011).* Man zeige, daß die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x + x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}, & \text{für } x < 0, \\ e^x - 1, & \text{für } x \geq 0, \end{cases}$$

   differenzierbar, aber nicht stetig differenzierbar ist.

3. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2013).* Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\ln |x|\right), & \text{für } x \neq 0, \\ 0, & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

   a) Man zeige, daß f stetig differenzierbar ist, und bestimme die Ableitung f'.

   b) Man zeige, daß f in $]0, 1[$ und in $]1, \infty[$ jeweils unendliche viele Nullstellen besitzt.

4. Im Wintersemester 2018/19 wurden auf Übungsblatt 13 die beiden Funktionen $\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $\cosh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit ihren Umkehrfunktionen $\operatorname{Arsinh} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $\operatorname{Arcosh} : [1, \infty[\to \mathbb{R}$ betrachtet; in Fortsetzung der Aufgaben 51 und 52 soll nun auf die Frage nach der Differenzierbarkeit dieser elementaren Funktionen eingegangen werden.

   a) Man begründe, daß sinh und cosh differenzierbar sind, und bestimme ihre Ableitungen.

   b) Man begründe, daß Arsinh differenzierbar ist, und berechne die Ableitung sowohl durch direkte Differentiation des Funktionsterms als auch über die Ableitungsregel für Umkehrfunktionen.

   c) Man begründe, daß Arcosh auf $]1, \infty[$ differenzierbar ist, und bestimme die Ableitung auf zwei verschiedene Weisen.

Abgabe bis Freitag, den 22. Mai 2020, 12^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).