

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

33. (Klausuraufgabe Sommersemester 2010).

- a) Man bestimme den Konvergenzradius ϱ der Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n;$$

es sei $f :]-\varrho, \varrho[\rightarrow \mathbb{R}$ die durch diese Potenzreihe definierte Funktion.

- b) Man stelle die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 0$ zunächst als Potenzreihe und dann als elementare Funktion dar.
c) Man bestimme hieraus eine Darstellung von f als elementare Funktion.

34. (Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007). Man stelle die Funktion

$$F :]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^3},$$

als Potenzreihe mit Entwicklungspunkt 0 dar.

35. (Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013). Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp(x^2).$$

- a) Man gebe die Taylorreihe von f mit dem Entwicklungspunkt 0 an.
b) Man bestimme $f^{(n)}(0)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ mit Hilfe von a).

36. Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^x}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ \alpha & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

mit einer reellen Zahl $\alpha \in \mathbb{R}$.

- a) Man bestimme den Wert von α , für den die Funktion f stetig ist.
b) Man zeige, daß mit diesem Wert für α die Funktion f sogar beliebig oft differenzierbar ist, und bestimme $f^{(n)}(0)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.