

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

13. a) Sei $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion auf dem Intervall D mit $g(x) > 0$ für alle $x \in D$. Man ermittle mit Hilfe der Ableitung der Funktion $F : D \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \sqrt{g(x)}$, das unbestimmte Integral $\int \frac{g'(x)}{\sqrt{g(x)}} dx$.
- b) Man bestimme $\int \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx$, $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ und $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
- c) Man bestimme $\int \arcsin x dx$ mit Hilfe partieller Integration.
14. a) (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1995*). Man berechne $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$ mit Hilfe von Partialbruchzerlegung.
- b) Man zeige, daß die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ konvergiert, und bestimme ihre Summe.
15. a) Man bestimme das unbestimmte Integral $\int x \sin x dx$.
- b) Man berechne das bestimmte Integral $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$.
16. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012*). Gegeben sei die Funktion

$$f :]-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x-1) \cdot \ln(x+2).$$

Man berechne den Flächeninhalt der Fläche, die von der x -Achse, dem Graphen G_f und den beiden Nullstellen von f eingeschlossen wird.