MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 8
08.06.2016

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

29. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2008).*

 a) Man bestimme das Konvergenzintervall der Potenzreihe

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1)(x-1)^n.$$

 b) Man gebe eine Potenzreihendarstellung für die Integralfunktion

$$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$$

 im Innern des Konvergenzintervalls von a) an.

 c) Man stelle F und f als elementare Funktionen dar.

30. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2005).*

 a) Man untersuche, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe

$$S_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{\sqrt[3]{n}\sqrt[3]{n+1}}$$

 konvergent ist.

 b) Man untersuche, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe $S_1(x)$, die sich durch gliedweises Differenzieren der Summanden von $S_0(x)$ ergibt, konvergent ist.

 c) Für welche x aus dem Konvergenzbereich $I_0 \subseteq \mathbb{R}$ von S_0 ist die auf I_0 definierte Funktion $f : I_0 \to \mathbb{R}$, $x \mapsto S_0(x)$ differenzierbar mit $f'(x) = S_1(x)$?

31. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1998.)* Gegeben sei die Potenzreihe

$$\frac{x^2}{2 \cdot 1} - \frac{x^3}{3 \cdot 2} + \frac{x^4}{4 \cdot 3} - \frac{x^5}{5 \cdot 4} + \ldots = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n\, x^n}{n(n-1)}.$$

 a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert diese Reihe?

 b) Man zeige

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n\, x^n}{n(n-1)} = -x + (1+x)\,\ln(1+x)$$

 für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$. (Hinweis: Man differenziere.)

32. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2009).*

a) Man stelle unter Verwendung der Exponentialreihe die Funktion

$$F(x) = \int_0^x e^{-t^2}\, dt$$

als Potenzreihe dar.

b) Man bestimme das Taylorpolynom $T_n(x)$ von kleinstem Grad $n \in \mathbb{N}$, für das $|T_n(1) - F(1)| < \frac{1}{40}$ gilt.

Abgabe bis Mittwoch, den 15. Juni 2016, 14^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).