MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2016
Blatt 7
01.06.2016

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

25. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012).*

    a) Man bestimme den Konvergenzradius ϱ der Potenzreihe

    $$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{3^n}\,(5n^2+1)}\, x^n$$

    b) Man untersuche, ob die gegebene Potenzreihe an den Stellen $x = \varrho$ und $x = -\varrho$ konvergiert oder divergiert.

26. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2009).* Gegeben sei die durch

    $$a_1 = 4 \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n} \quad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}$$

    rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

    a) Man zeige, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, und bestimme den Grenzwert.

    b) Man bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe

    $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^n}{\sqrt{n}}\, x^n.$$

    c) Man bestimme, ob die Potenzreihe in $x = \frac{1}{3}$ konvergiert.

27. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010).* Es sei $(a_n)_{n\geq 0}$ eine Folge in $\mathbb{R}$. Man bestimme die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für welche die Potenzreihe

    $$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

    konvergiert, in folgenden Fällen:

    a) Die Folge $(a_n)_{n\geq 0}$ konvergiert gegen ein $a \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$,

    b) Die Folge $(n^2 a_n)_{n\geq 0}$ konvergiert gegen ein $a \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$,

    c) $(a_n)_{n\geq 0}$ ist eine monoton fallende Nullfolge, und für alle $n \geq 1$ ist $a_n \geq \frac{1}{n}$.

28. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2001).* Man bestimme für die Funktionen

    $$\exp : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto e^x, \qquad \text{und} \qquad f : \,]0,\infty[\, \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{x},$$

    jeweils die Taylorreihe mit dem Entwicklungspunkt $a = 2$ und gebe die Konvergenzintervalle dieser Reihen an.

Abgabe bis Mittwoch, den 8. Juni 2016, 14^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).