MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2014
Blatt 8
26.06.2014

Präsenzübung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. Gegeben sei die Kurve

$$f : [1,2] \to \mathbb{R}^3, \quad f(t) = \left(t\,\cos t,\, t\,\sin t,\, \frac{1}{3}\,(2\,t)^{\frac{3}{2}} \right).$$

   a) Man bestimme diejenigen Punkte $f(t)$ mit $t \in [1,2]$, die den größten bzw. den kleinsten Abstand vom Nullpunkt $(0,0,0)$ besitzen.

   b) Man zeige zunächst $\|f'(t)\| = 1 + t$ für alle $t \in [1,2]$, begründe sodann, daß f rektifizierbar ist, und berechne schließlich die Bogenlänge.

2. Gegeben sei die Kurve

$$K : [0,\pi] \to \mathbb{R}^2, \quad K(t) = (t - \sin t,\; 1 + \cos t)\,.$$

   a) Man bestimme $K(0)$ und $K(\pi)$ sowie $K'(0)$ und $K'(\pi)$. Anschließend skizziere man die Bildmenge $\{K(t) \mid t \in [0,\pi]\}$ von K.

   b) Man begründe, daß K rektifizierbar ist, und berechne die Bogenlänge.

   c) Man berechne den Inhalt der zwischen der Bildmenge von K und den Koordinatenachsen eingeschlossenen Fläche.

   (**Hinweis**: $1 - \cos(2\alpha) = 2\,(\sin\alpha)^2$).