

Präsenzübung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. a) Man bestimme den Konvergenzradius ϱ der Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \cdot n};$$

es sei $f :]1 - \varrho; 1 + \varrho[\rightarrow \mathbb{R}$ die durch diese Potenzreihe definierte Funktion.

- b) Man stelle die Ableitung f' von f zunächst als Potenzreihe und dann als elementare Funktion dar.
c) Man bestimme hieraus eine Darstellung von f als elementare Funktion.

2. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012*).

- a) Für $a \neq 0$ zeige man $\frac{1}{a-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{a^{n+1}}$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert diese Reihe?
b) Man gebe mit Hilfe der Partialbruchzerlegung die Taylorreihe von

$$g(x) = \frac{1}{(1+x)(2+x)}$$

bei der Entwicklung um 0 sowie ihren Konvergenzradius an.

3. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013*).

- a) Man gebe die Taylorreihe der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp(x^2),$$

im Entwicklungspunkt $a = 0$ an.

- b) Man bestimme

$$f^{(n)}(0) \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$