

Präsenzübung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. Gegeben sei die Funktion $f :]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$.
- a) Man berechne das zweite Taylorpolynom T_2 von f zum Entwicklungspunkt $a = 0$.
- b) Man zeige $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - T_2(x)}{x^2} = 0$.
- c) Man zeige $f(x) - T_2(x) > \frac{1}{3}x^3$ für alle $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$.

2. a) (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1999*). Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+7)^n}{n \cdot 9^n} ?$$

- b) (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2000*). Man berechne den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$$

und zeige für $|x| < 1$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

3. Für die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x \cdot e^x,$$

bestimme die Taylorreihe von f mit dem Entwicklungspunkt $a = 2$.