MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2014
Blatt 5
22.05.2014

Präsenzübung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. (**Uneigentliches Integral 1. Art**).

   a) Sei $f : [a, \infty[\to \mathbb{R}$ eine auf allen Teilintervallen $[a, b] \subseteq [a, \infty[$ integrierbare Funktion. Unter welcher Bedingung ist das uneigentliche Integral $\displaystyle\int_a^\infty f(x)\,dx$ konvergent?

   b) Man untersuche die uneigentlichen Integrale
   $$\int_1^\infty \frac{1}{x}\,dx \qquad \text{und} \qquad \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2}\,dx$$
   auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihren Wert.

   c) Man zeige, daß das uneigentliche Integral
   $$\int_{-\infty}^\infty x \cdot e^{-x^2}\,dx$$
   konvergiert, und bestimme seinen Wert.

2. (**Uneigentliches Integral 2. Art**).

   a) Sei $f :]a, b] \to \mathbb{R}$ eine auf allen Teilintervallen $[\alpha, b] \subseteq]a, b]$ integrierbare Funktion. Unter welcher Bedingung ist das uneigentliche Integral $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ konvergent?

   b) Man untersuche die uneigentlichen Integrale
   $$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx \qquad \text{und} \qquad \int_1^2 \frac{1}{(x-2)^2}\,dx$$
   auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihren Wert.

   c) Man zeige, daß das uneigentliche Integral
   $$\int_{-1}^1 \frac{-2\,x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$
   konvergiert, und bestimme seinen Wert.

3. (**Integralvergleichskriterium für Reihen**). Man formuliere das Integralvergleichskriterium für Reihen und untersuche damit die Reihe
   $$\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n \cdot (\ln n)^3}$$
   auf Konvergenz.