MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2014
Blatt 3
08.05.2014

Präsenzübung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. *Wiederholung zentraler Begriffe.*

   a) Für eine beschränkte Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ definiere man die Begriffe „f ist (Riemann–)integrierbar“ und „bestimmtes (Riemann–)Integral von f“.

   b) Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Man gebe ein notwendiges wie hinreichendes Kriterium für die Integrierbarkeit von f an.

   c) Man formuliere den „Mittelwertsatz der Integralrechnung“.

   d) Man formuliere den „Hauptsatz der Differential– und Integralrechnung“.

2. a) Für $a > 0$ bestimme man den Inhalt der von der x–Achse, den beiden Geraden $x = -a$ und $x = a$ sowie den Graphen der beiden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$, und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = e^{-x}$, begrenzten Fläche. Was geschieht für $a \to \infty$?

   b) Man zeige, daß die Graphen der Funktionen $f : [0; 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$, und $g : [0; 2\pi] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \cos x$, genau zwei Schnittpunkte besitzen, und bestimme den Inhalt der von G_f und G_g (zwischen diesen Schnittpunkten) begrenzten Fläche.

3. Man berechne die folgenden bestimmten Integrale:

   a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x \cdot e^{-x^2}\,dx$

   b) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{6}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

   c) $\displaystyle\int_{-e}^{-1} \frac{1}{x}\,dx$

   d) $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$