MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2014
Blatt 2
24.04.2014

Präsenzübung zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. *Wiederholung zentraler Begriffe.*

   a) Sei $\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : D \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Man erläutere den Zusammenhang zwischen der ersten Ableitung f' und dem Monotonieverhalten von f. Unter welchen Voraussetzungen ist f eine konstante Funktion?

   b) Man formuliere die „Regeln von de l'Hospital“.

2. a) Man zeige, daß die Funktion

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln x^2 + \ln \frac{2}{x^2},$$

   konstant ist.

   b) Man zeige, daß die Funktion

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{4\,e^x}{(e^x+1)^2},$$

   auf $]-\infty, 0]$ bzw. auf $[0, \infty[$ streng monoton wachsend bzw. fallend ist.

3. a) Man bestimme folgende Grenzwerte:

$$\text{(i)} \lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} \quad \text{(ii)} \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \cos x}{\arcsin x} \quad \text{(iii)} \lim_{x\to 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}.$$

   b) Man bestimme folgende Grenzwerte:

$$\text{(i)} \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{\ln x} \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+} \frac{\tan x}{\ln\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} \qquad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$