

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

45. Man betrachte die Funktion

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \sqrt{\frac{y}{x^2} - 1} + 4.$$

- a) Man bestimme den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}^2$ sowie den Wertebereich von f .
- b) Man begründe, warum in $(-2, 4)$ ein globales Minimum vorliegt.
- c) Man bestimme die Höhenlinie $N_f(5)$ und skizziere diese.

46. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2002*). Man bestimme Minimum und Maximum der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (x^2 + 10xy + y^2) e^{x^2 + y^2},$$

auf der abgeschlossenen Einheitskreisscheibe.

47. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2013*). Man betrachte die Funktion

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (y - \sin x) \cdot (y - \cos x),$$

mit

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2\pi \text{ und } \cos x \leq y \leq \sin x\}.$$

Man skizziere die Menge D und zeige, daß der Punkt $(\frac{3}{4}\pi, 0)$ ein globales Minimum von f auf D ist.

48. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1994*). Man zeige

$$\{x^3 + y^3 \mid x, y \in [0; \infty[\text{ und } x^2 + y^2 = 1\} = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 1 \right].$$