

## Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

29. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2007*).

- a) Man bestimme den Konvergenzradius  $\varrho$  der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} x^n;$$

es sei  $f : ]-\varrho; \varrho[ \rightarrow \mathbb{R}$  die durch diese Potenzreihe definierte Funktion.

- b) Man stelle die Stammfunktion  $F$  von  $f$  mit  $F(0) = 0$  zunächst als Potenzreihe und dann als elementare Funktion dar.  
c) Man bestimme hieraus eine Darstellung von  $f$  als elementare Funktion.

30. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2006*). Man bestimme alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die die Potenzreihe

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n}$$

konvergiert, und berechne den Grenzwert  $f(x)$ , indem man zunächst eine Darstellung von  $f'(x)$  als elementare Funktion findet.

31. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1999*).

- a) Man bestimme alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n} x^{2n}$  konvergiert.

- b) Man stelle mit Hilfe der Reihenentwicklung des natürlichen Logarithmus die Funktion

$$F : [0; 1[ \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = \int_0^x \ln(t^2 + 1) dt,$$

als Potenzreihe dar.

32. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1995*). Man bestimme eine Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$  reeller Zahlen, so daß

$$\int_0^1 e^{x^2} dx = \sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

gilt.