MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2014
Blatt 6
28.05.2014

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

21. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2005).* Man bestimme das zweite Taylorpolynom $T_2(x)$ der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, im Entwicklungspunkt $a = 0$ und zeige hiermit
$$\left|\cos\left(1 + \frac{\pi}{4}\right) - T_2(1)\right| \leq \frac{1}{6}.$$

22. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007).* Gegeben sei die Funktion
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = (2 - x) \cdot \sin x.$$
Man bestimme das dritte Taylorpolynom T_3 von f im Entwicklungspunkt $a = 0$ und zeige für alle $x \in \mathbb{R}$ die Abschätzung
$$|f(x) - T_3(x)| \leq \frac{6 + |x|}{24} \cdot |x|^4.$$

23. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2008).* Gegeben ist die reelle Funktion
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = e^x \sin x.$$
Man bestimme mit Hilfe der Taylorformel eine Polynomfunktion $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $\operatorname{Grad} p \leq 4$, so dass gilt:
$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - p(x)}{x^4} = 0.$$
Man begründe ferner, daß für alle $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ gilt:
$$|f(x) - p(x)| \leq \frac{\sqrt{e}}{480}.$$

24. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2003).* Gegeben sei die Funktion
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \cos(\sin x).$$
   a) Man bestimme das zweite Taylorpolynom von f im Entwicklungspunkt 0.
   b) Man bestimme eine rationale Zahl $q \in \mathbb{Q}$ mit $\left|q - f(\frac{1}{2})\right| < 0{,}2$ und begründe diese Fehlerabschätzung.