

## Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

1. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2007*). Man beweise, daß die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp(x^3) + \arctan x + x^2 - 2,$$

mindestens zwei Nullstellen und mindestens eine Nullstelle der Ableitung besitzt.

2. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2006*). Man zeige, daß für alle  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $0 \leq a < b \leq \pi$  die Beziehung

$$(b - a) \cos b < \sin b - \sin a < (b - a) \cos a$$

gilt.

3. (*Staatsexamensaufgabe Herbst 2012*). Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine differenzierbare Funktion mit  $f(0) = -3$  und  $1 < f'(x) < 2$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ . Man zeige, daß  $f$  im Intervall  $[1, 3]$  eine Nullstelle besitzt.
4. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2004*). Seien  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  zwei stetige und auf  $]a, b[$  differenzierbaren Funktionen mit  $f' = g$  und  $g' = f$ ; ferner sei  $f(a) = 1$  und  $g(a) = 0$ . Man zeige, daß für alle  $x \in ]a, b[$  gilt:

$$(f(x))^2 - (g(x))^2 = 1.$$