MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2014
Blatt 9
18.06.2014

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

33. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2003).* Seien $a,\ b \in \mathbb{R}^+$. Ein Massenpunkt M_1 bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit v_1 von $A = (a; 0)$ auf der Koordinatenachse $y = 0$ zum Ursprung hin, es sei also $M_1 = (x, 0)$ mit $x = a - v_1\, t$ zum Zeitpunkt $t \geq 0$. Ein zweiter Massenpunkt M_2 bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit v_2 von $B = (0; b)$ auf der Koordinatenachse $x = 0$ zum Ursprung hin, es sei also $M_2 = (0, y)$ mit $y = b - v_2\, t$ zum Zeitpunkt $t \geq 0$. Man berechne das Minimum des Abstands von M_1 und M_2, wenn diese zeitgleich in A und B starten.

34. Man untersuche die folgenden Punktfolgen in $\mathbb{R}^2$ auf Konvergenz und gebe gegebenenfalls ihren Grenzwert an.

    a) $(a_k)_{k\in\mathbb{N}_0}$ mit $a_k = \left(\frac{\sqrt{2\,k}}{\sqrt{k+1}};\ \frac{2\,k}{k^2+1}\right)$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$.

    b) $(a_k)_{k\in\mathbb{N}_0}$ mit $a_k = \left(\cos\frac{k\pi}{2};\ (-1)^k \frac{k}{k+1}\right)$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$.

    c) $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ mit $a_k = \left(\cos\frac{1}{k};\ k\,\sin\frac{1}{k}\right)$ für alle $k \in \mathbb{N}$.

    d) $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ mit $a_k = \left(k\cos\frac{1}{k};\ \sin\frac{1}{k}\right)$ für alle $k \in \mathbb{N}$.

    Welche dieser Folgen besitzen Häufungspunkte?

35. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 1991).* Der Handlauf des Geländers einer Wendeltreppe beschreibe die Raumkurve

$$\gamma_a : [0; 2\pi] \to \mathbb{R}^3, \quad \gamma_a(t) = (\cos t,\ \sin t,\ a\,t)$$

    für einen festen Parameter $a > 0$. Der Architekt hat für den Handlauf ein Band der Länge 7 m bereitgestellt. Wie groß darf a höchstens sein, damit das bereitgestellte Band reicht?

36. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012).* Gegeben sei die Kurve

$$\gamma : [1, 2] \to \mathbb{R}^2, \quad \gamma(t) = \left(t^3 - 3\,t + 2,\ 12 - 3\,t^2\right),$$

    mit der Bildmenge $K = \{\gamma(t) \mid t \in [1, 2]\}$.

    a) Man berechne $\gamma(1)$ und $\gamma(2)$ sowie $\gamma'(1)$ und $\gamma'(2)$ und skizziere damit die Bildmenge K.

    b) Man bestimme die Bogenlänge von K.

Abgabe bis Mittwoch, den 25. Juni 2014, 14^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).