MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

SS 2014
Blatt 3
07.05.2014

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung II“

9. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2012).* Man betrachte die Funktion

$$f : \,]-e, \infty[\, \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x-e}{x+e}.$$

Man zeige, daß der Flächeninhalt der Fläche, die durch den Graphen von f und der x–Achse von $x = 0$ und $x = 3e$ eingeschlossen wird, den Wert e hat.

10. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2008).*

a) Man bestimme eine reelle Zahl c so, daß die Funktion

$$f : [0, \infty[\, \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^x, & \text{falls } x > 0 \\ c, & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

stetig ist.

b) Man zeige: $\displaystyle\lim_{x \to 0+} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 1.$

11. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2011).* Man betrachte die Funktion

$$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \left(a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} \text{ mit } a > 0.$$

Man berechne

$$\lim_{\varepsilon \to 0+} \int_\varepsilon^a \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx.$$

12. Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige und streng monoton fallende Funktion. Man zeige, daß das Integral

$$g(x) = \int_{x-1}^x f(t)\, dt$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ existiert, und beweise, daß $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ebenfalls eine streng monoton fallende Funktion ist.

Abgabe bis Mittwoch, den 14. Mai 2014, 14^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).