MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 14
03.02.2020

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

53. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^{x+1}}{e^x + 1}$.

    a) Man zeige, daß f stetig ist und streng monoton wächst.

    b) Man berechne die Grenzwerte von $f(x)$ für $x \to \pm\infty$ und bestimme den Wertebereich W_f von f.

    c) Warum ist f umkehrbar? Man gebe die Umkehrfunktion explizit an.

54. Gegeben sei die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \dfrac{x+4}{x-2} - \ln \dfrac{x-3}{x+1} - 2\,\ln 3$.

    a) Man bestimme das maximale Definitionsgebiet D von f.

    b) Man untersuche das Verhalten von f am Rande von D.

    c) Man bestimme alle Nullstellen von f.

55. a) Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}^+$, für die die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} (1 - \ln x)^n$$

    konvergiert, und bestimme hierfür ihre Summe.

    b) Man bestimme alle $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\tan x)^n}{n}$$

    konvergiert.

56. Man untersuche unter Berücksichtigung des Verhaltens der trigonometrischen Funktionen sin, cos und tan auf dem Intervall $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ die Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n} \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n} \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n}$$

auf Konvergenz.