

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

33. Man untersuche mit Hilfe des Majoranten– bzw. Minorantenkriteriums die Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{2n^4 + 1} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{2n^4 - 1}$$

sowie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4 + 1}}$$

auf Konvergenz bzw. Divergenz.

34. Man zeige mit Hilfe des Quotientenkriteriums, daß die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^n$$

- a) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < \frac{1}{4}$ konvergiert und
- b) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| > \frac{1}{4}$ divergiert.

35. Man zeige mit Hilfe des Wurzelkriteriums, daß die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$$

- a) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < \frac{1}{e}$ konvergiert und
- b) für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| > \frac{1}{e}$ divergiert.

36. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2009*). Man beweise jede der folgenden Aussagen, sofern sie allgemeingültig ist, oder widerlege sie durch ein Gegenbeispiel:

a) Ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent und die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ beschränkt, so ist auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konvergent.

b) Ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut konvergent und die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ beschränkt, so ist auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ absolut konvergent.