MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 8
09.12.2019

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

29. a) Gegeben seien die Reihen $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ und $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ sowie $\lambda \neq 0$. Man zeige:

   - Ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ divergent und $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konvergent, so ist $\sum_{n=0}^{\infty} (a_n \pm b_n)$ divergent.
   - Ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ divergent, so ist $\sum_{n=0}^{\infty} (\lambda \cdot a_n)$ divergent.

   b) Man untersuche die folgenden Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n} \right) \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)^2}{n^6} \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)^2}{n^5}$$

   auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihre Summe.

30. Man untersuche folgende Reihen auf Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[n]{n}}.$$

31. Man untersuche folgende Reihen auf Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+\sqrt{n}}+\sqrt{n}} \qquad \text{und} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n}}.$$

32. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2010).* Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge positiver reeller Zahlen. Man zeige:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n} \text{ konvergent} \quad \Longrightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konvergent.}$$