MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 7
02.12.2019

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

25. Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n\geq 2}$ mit $a_n = \dfrac{1}{n\,(n^2-1)}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$.

    a) Man zeige, daß für die n–te Partialsumme $s_n = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2\,n\,(n+1)}$ gilt.

    b) Man zeige, daß die Reihe $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(n^2-1)}$ konvergiert, und bestimme ihre Summe.

26. Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ mit $a_n = \dfrac{n+1}{2^n}$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

    a) Man zeige

$$\sum_{k=0}^{n} a_k = 4 - \frac{n+3}{2^n}$$

    und

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k\, a_k = \frac{1}{9} \cdot \left(4 + (-1)^n \cdot \frac{3\,n+5}{2^n}\right)$$

    für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

    b) Man untersuche die Reihen $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ und $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n\, a_n$ jeweils auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihre Summen.

27. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2004).* Man bestimme alle $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, für die die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x+3}{(x-3)^n}$$

    konvergiert, und berechne hierfür die Summe der Reihe.

28. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2004).* Für eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ positiver Zahlen zeige man:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konvergent} \quad \Longrightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+a_n} \text{ divergent.}$$