MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 4
11.11.2019

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I"

13. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2009).* Man untersuche die durch

$$a_1 = 1 \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} = \frac{1}{3}\left(a_n^3 + 1\right) \quad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}$$

rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz.

14. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2007).* Gegeben sei die durch

$$a_1 = 5 \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} = 3 + \frac{2}{7 - a_n} \quad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}$$

rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

a) Man zeige $3 \le a_n \le 5$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
b) Man beweise, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.
c) Man bestimme den Grenzwert der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

15. Gegeben sei die durch

$$a_1 = \frac{1}{2} \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} = \frac{2\,a_n + 1}{2 + a_n} \quad \text{für} \quad n \in \mathbb{N}$$

rekursiv definierte Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Man zeige:

a) Es ist $0 < a_n < 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
b) Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist streng monoton wachsend.
c) Man untersuche die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls ihren Grenzwert.

16. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2016).* Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k} \qquad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}.$$

a) Man zeige, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ streng monoton wachsend ist.
b) Man zeige, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent ist.