MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 10
23.12.2019

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

37. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2010).* Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{1+x^{2n}}$$

konvergiert.

38. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2013).*

a) Für ein fest gewähltes $k \in \mathbb{N}$ bestimme man den Grenzwert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right).$$

b) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge positiver reeller Zahlen $a_n > 0$. Man beweise mit dem Majorantenkriterium, daß aus der Konvergenz der Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ die Konvergenz der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n a_{n+1}}$$

folgt.

39. Gegeben sei die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{(x-2)^2}{x^2-4}$.

a) Man bestimme die maximale Definitionsmenge D von f.

b) Man untersuche das Verhalten von f am Rande von D.

c) Man skizziere den Graphen G_f von f. Ist f stetig?

40. a) Für die Funktion

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}},$$

bestimme man die Grenzwerte für $x \to \pm\infty$ und für $x \to 0\pm$.

b) Für die Funktion

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2 - |x|}{x},$$

bestimme man die Grenzwerte für $x \to \pm\infty$ und für $x \to 0\pm$.

Abgabe bis Montag, den 13. Januar 2020, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).