MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2019/20
Blatt 8
09.12.2019

Übungen zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

29. a) Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sqrt[3]{n}} \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}} \right) \quad \text{bzw.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{3}$$

b) Man zeige, daß die Reihe $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}$ konvergiert, und bestimme ihre Summe bis auf einen Fehler, der kleiner als $\frac{1}{25}$ ist.

30. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 1999).* Man untersuche die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

sowohl auf Konvergenz als auch auf absolute Konvergenz.

31. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2015).* Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge positiver reeller Zahlen $a_n > 0$; man beweise oder widerlege:

a) Ist $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent, so ist $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sum_{k=1}^{n} a_k}$ divergent.

b) Ist $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergent, so ist $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sum_{k=1}^{n} a_k}$ konvergent.

c) Ist $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergent, so ist $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sum_{k=1}^{n} a_k}$ absolut konvergent.

32. *(Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1997).* Gegeben ist die Reihe

$$(*) \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n \qquad \text{mit} \qquad b_n = \frac{1}{n} + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \quad \text{für alle} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Man zeige:

a) Für alle $n \geq 2$ ist $b_n \cdot b_{n+1} < 0$.

b) Es ist $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge.

c) Die Reihe $(*)$ divergiert.

Welche Voraussetzung des Leibnizschen Konvergenzkriteriums ist nicht erfüllt?

Abgabe bis Montag, den 16. Dezember 2019, 10^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).