

## Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I“

49. Gegeben ist die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^{x+1}}{e^x + 1}$ .
- a) Man zeige, daß  $f$  stetig ist und streng monoton wächst.
  - b) Man berechne die Grenzwerte von  $f(x)$  für  $x \rightarrow \pm\infty$  und bestimme den Wertebereich  $W_f$  von  $f$ .
  - c) Warum ist  $f$  umkehrbar? Man gebe die Umkehrfunktion explizit an.
50. a) Man bestimme die Menge  $D$  aller Zahlen  $x \in \mathbb{R}$ , für die die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}$ , konvergiert.
- b) Man drücke die Funktion  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}$ , mit Hilfe elementarer Funktionen aus.
51. Gegeben sei die Funktion  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln \frac{x+4}{x-2} - \ln \frac{x-3}{x+1} - 2 \ln 3$ .
- a) Man bestimme das maximale Definitionsgebiet  $D$  von  $f$ .
  - b) Man untersuche das Verhalten von  $f$  am Rande von  $D$ .
  - c) Man bestimme alle Nullstellen von  $f$ .
52. (*Staatsexamensaufgabe Frühjahr 1990 und Herbst 2006*). Man beweise, daß für  $x > 0$  und  $y > 0$  die Ungleichung

$$\frac{\ln x + \ln y}{2} \leq \ln \frac{x+y}{2}$$

gilt.