MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. E. Schörner

WS 2015/16
Blatt 10
21.12.2015

Tutorium zur Vorlesung „Differential– und Integralrechnung I"

37. Für die reellen Parameter λ, $\mu \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \lambda\, x + \mu, & \text{für } x < -1, \\ x^2 + \lambda\,\mu\, x + 1, & \text{für } -1 \le x \le 1, \\ \mu\, x + \lambda, & \text{für } 1 < x, \end{cases}$$

gegeben. Man bestimme alle Paare $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, für die f stetig ist, und skizziere für diese Fälle den Graphen G_f.

38. Man zeige, daß die *Dirichlet–Funktion*

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 1, & \text{für } x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & \text{für } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases}$$

in jedem Punkt $a \in \mathbb{R}$ unstetig ist.

39. *(Staatsexamensaufgabe Herbst 2002).* Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beschränkte Funktion. Man zeige, daß die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x\, f(x)$, in $a = 0$ stetig ist.

40. Sei $f : D \to \mathbb{R}$ eine Funktion auf der Definitionsmenge $\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}$ sowie $f_0 = f|_{D_0}$ die Einschränkung von f auf $\emptyset \neq D_0 \subseteq D$. Man beweise oder widerlege:

    a) Ist f injektiv, so auch f_0.

    b) Ist f_0 injektiv, so auch f.

    c) Ist f surjektiv, so auch f_0.

    d) Ist f_0 surjektiv, so auch f.

    e) Ist f stetig in $a \in D_0$, so auch f_0.

    f) Ist f_0 stetig in $a \in D_0$, so auch f.